

Buch Mathematik Prüflinge Geometrie

30.04.2020

Bearbeitungszeit 2 h

Bearbeitungstermin: 01.05.2020 17:00 Uhr

Grundbegriffe

Definition des Winkels

Ein **Winkel** wird von zwei **Strahlen (Halbgeraden)** begrenzt, die einen gemeinsamen Ausgangspunkt haben. Diese Strahlen werden auch Halbgeraden genannt. Der Ausgangspunkt wird als Scheitelpunkt oder **Scheitel** bezeichnet. Die Strahlen werden auch als **Schenkel** bezeichnet.

Winkel werden oft mit griechischen Buchstaben wie α

(alpha), β (beta), γ (gamma) oder δ

(delta) bezeichnet.

Konstruktion eines Winkels

Wie messe und zeichne ich Winkel?

Winkel können auch mithilfe des Geodreiecks konstruiert werden. Dazu wird die Nullstelle des Geodreiecks auf den Scheitelpunkt des ersten Schenkels gelegt, sodass der Schenkel auf der Hypotenuse liegt (das ist die lange Seite des Geodreiecks, siehe unten). Dann kann anhand der Winkelmarkierungen auf dem Geodreieck ein Punkt eingezeichnet werden, welcher dann mit dem Scheitelpunkt verbunden wird: Es ergibt sich der zweite Schenkel, der den Winkel festlegt. Achte darauf, den Winkel mithilfe der richtigen Winkelmaße abzutragen. Entweder misst du den Winkel

- gegen den Uhrzeigersinn (der 1. Schenkel zeigt nach rechts) oder
- im Uhrzeigersinn ab (der 1. Winkel zeigt nach links).

Genauso lassen sich auch Winkel messen. Ein Schenkel liegt auf der Hypotenuse der Geodreiecks, sodass der Scheitelpunkt des Winkels auf der Nullstelle des Geodreiecks liegt. Dann untersuchst du, welche Stelle der Winkelmarkierungen auf dem Geodreieck der andere Schenkel durchläuft. Hier liest du den zugehörigen Wert ab. Achte auch hier darauf, die richtigen Winkelmaße abzulesen.

Bei einem **Kreis** ist der **Radius** r die konstante Entfernung zwischen dem Mittelpunkt und einem Punkt auf der Kreislinie. Der Radius einer **Kugel** ist analog dazu der konstante

Abstand zwischen dem Mittelpunkt und einem beliebigen Punkt auf der Oberfläche der Kugel.

Winkelmaß und Winkeleinheiten

Das **Winkelmaß** dient zur Angabe der Winkelweite. Als Referenz nimmt man den Vollwinkel, der eine Größe von 360°

hat. Winkel kann man entweder im **Grad-** oder im **Bogenmaß** angeben. Dabei entspricht ein Winkel α von 360° im Gradmaß einem Winkel x von 2π im Bogenmaß. Das Bogenmaß gibt die Länge der **Kreislinie** mit **Radius** 1 und Winkel α

an.

- Allgemein kann man einen Winkel α

im Gradmaß durch die Formel $x = \frac{\alpha \cdot 2\pi}{360^\circ}$ ins Bogenmaß x umrechnen.

Ein Winkel von 90° im Gradmaß entspricht einem Winkel im Bogenmaß von $\frac{90^\circ \cdot 2\pi}{360^\circ} = \frac{\pi}{2}$

- Wenn du einen Winkel x im Bogenmaß in einen Winkel α ins Gradmaß umwandeln
- willst, dann kannst du die Formel $\alpha = \frac{x}{2\pi} \cdot 360^\circ$ verwenden.

Ein Winkel von π im Bogenmaß entspricht einem Winkel von

$$\frac{\pi}{2\pi} \cdot 360^\circ = 180^\circ \text{ im Gradmaß.}$$

2π

Arten von Winkeln

Winkel werden entsprechend ihrer Größe in unterschiedliche [Arten von Winkeln](#) unterteilt:

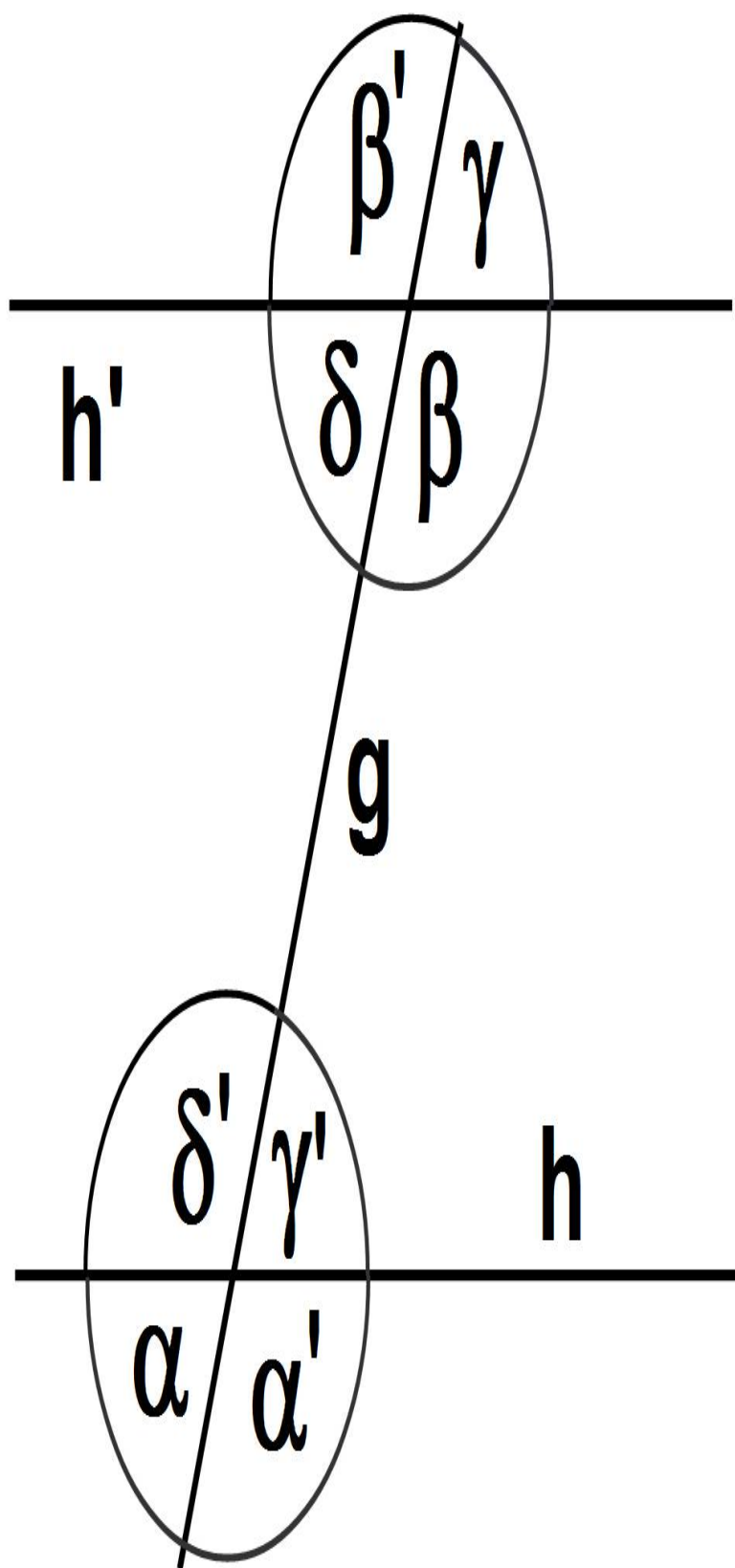
- **Nullwinkel** haben eine Größe von 0°
- **Spitze Winkel** sind kleiner als ein Viertel Vollkreis und somit kleiner als 90° bzw. $\frac{\pi}{2}$
- **Rechte Winkel** haben eine Größe von genau einem Viertel Vollwinkel, was genau 90° bzw. $\frac{\pi}{2}$ entspricht.

2

- **Stumpfe Winkel** sind größer als ein Viertel Vollwinkel aber kleiner als ein halber Vollwinkel. Die Winkelgröße liegt also zwischen 90° und 180° bzw. $\pi/2$ und π
- **Gestreckte Winkel** haben eine Größe von genau einem halben Vollwinkel, was genau 180° bzw. π entspricht.
- **Vollwinkel** oder volle Winkel haben genau eine Größe von 360° bzw. 2π

Spezielle Winkelpaare

Winkel können in besonderen Beziehungen zueinander stehen. Sie heißen dann **Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Stufenwinkel oder Wechselwinkel**. Schauen wir uns die verschiedenen Winkel einmal anhand der Abbildung genauer an:



- **Nebenwinkel** Benachbarte Winkelpaare an sich schneidenden Geraden werden als Nebenwinkel bezeichnet. Sie ergänzen sich zu 180°

. Beispielsweise sind die Winkel α und α'

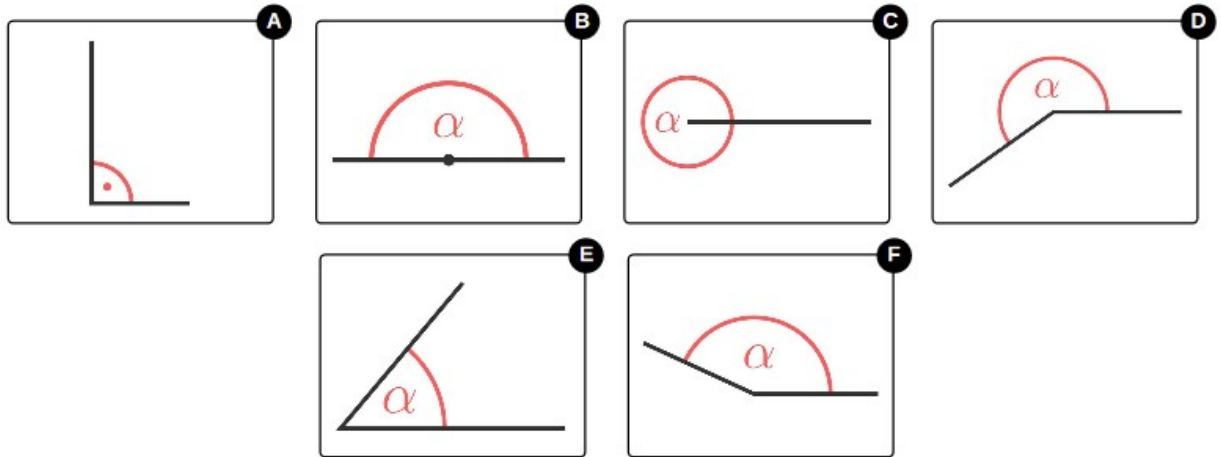
- im Bild Nebenwinkel.

- **Scheitelwinkel:** Wenn sich zwei Geraden schneiden, so werden einander gegenüberliegende Winkelpaare Scheitelwinkel genannt. Sie sind immer gleich groß. Die Winkel β und β' sind zum Beispiel Scheitelwinkel.
- **Stufenwinkel:** Wenn eine Gerade g zwei parallele Geraden h und h' schneidet, dann werden Winkel, die auf derselben Seite von g und auf einander entsprechenden Seiten von h bzw. h' liegen, als Stufenwinkel bezeichnet. Sie haben jeweils die gleiche Größe. Beispielsweise sind die Winkel γ und γ' Stufenwinkel.
- **Wechselwinkel:** Schneidet eine Gerade g zwei parallele Geraden h und h' , dann werden Winkel, die auf unterschiedlichen Seite von g und auf entgegengesetzten Seiten von h bzw. h' liegen, als Wechselwinkel bezeichnet. Sie ergänzen sich zu 180° . Die Winkel α und γ sind zum Beispiel Wechselwinkel.

Geodreieck

Vergleiche die Winkel.

Sortiere die Winkel der Größe nach. Beginne mit dem kleinsten.



RICHTIGE REIHENFOLGE

Gib jeweils die Größe des roten Winkels an.

Schreibe die Winkelgrößen zum entsprechenden Bild.

270°-Winkel

60°-Winkel

45°-Winkel

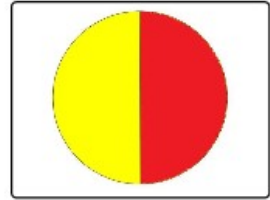
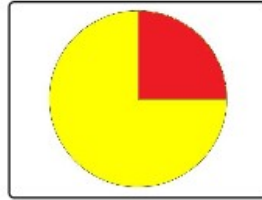
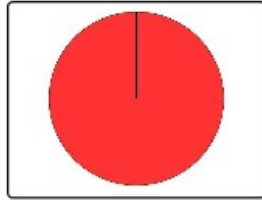
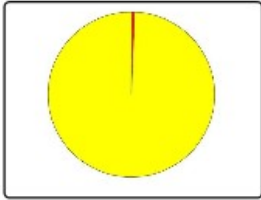
90°-Winkel

360°-Winkel

180°-Winkel

1°-Winkel

Rechteckiges Ausschneiden

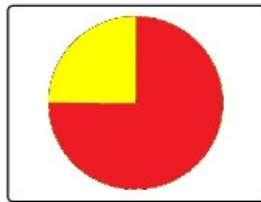


.....1

.....2

.....3

.....4



Siehe auch zum Winkelmessen das Video:

www.sofatutor.com/mathematik/videos/messen-und-zeichnen-von-winkeln-2