

Prüflinge Buch, Mathe

Bearbeitungszeit : 3 h

Bearbeitungstermin: 14.05.

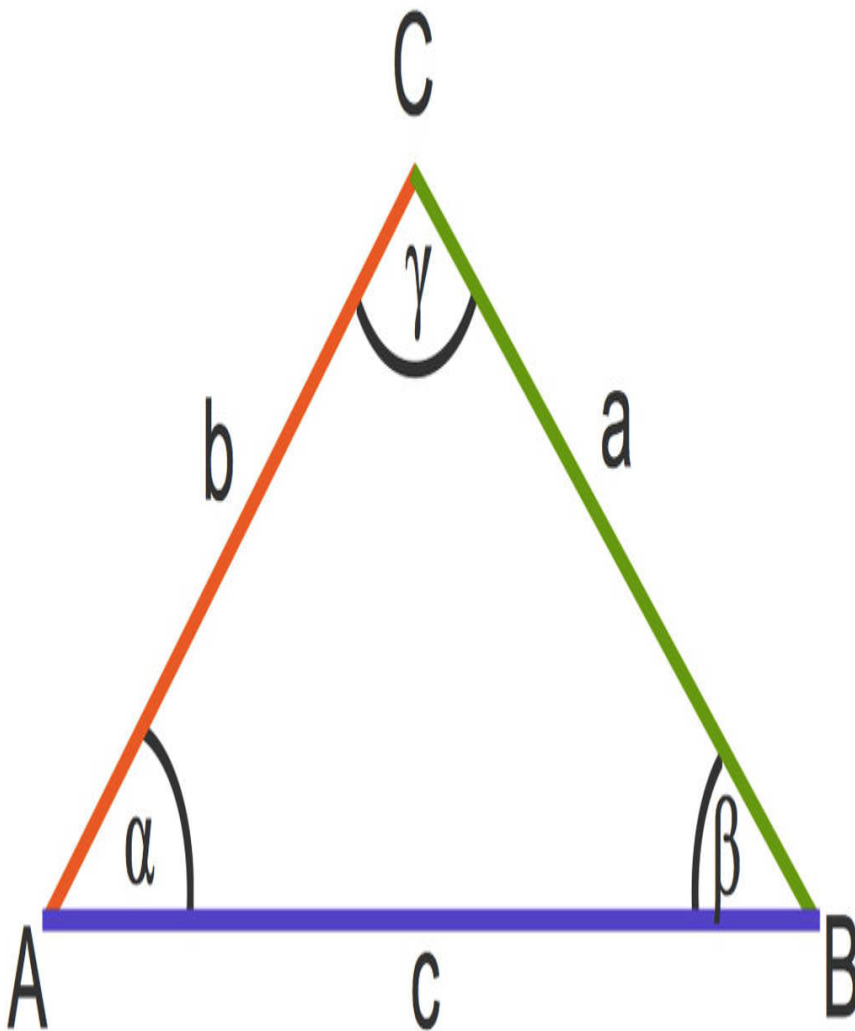
andre@werkschuleberlin.de

Winkel

Um diesen Text zu lesen, solltest du bereits wissen, was ein **Winkel** ist. Hier lernst du Winkelsummen in **Dreiecken**, in **Vierecken** und in **Vielecken** kennen.

Die Winkelsumme in Dreiecken

Ein **Dreieck** ist eine **ebene Figur**. Hier siehst du die Skizze eines Dreiecks:



- Es zeichnet sich (wie schon der Name sagt) dadurch aus, dass es drei **Eckpunkte** hat. Diese werden gegen den Uhrzeigersinn mit den Großbuchstaben A , B und C beschriftet. Die drei Eckpunkte werden durch Strecken verbunden.
- Die Strecken werden auch **Seiten** genannt und üblicherweise mit Kleinbuchstaben entsprechend dem gegenüberliegenden Eckpunkt bezeichnet.
- Jeder der Eckpunkte ist der Scheitel eines **Winkels**. Die Innenwinkel eines Dreiecks werden mit den griechischen Kleinbuchstaben α (alpha), β (beta) und γ (gamma) beschriftet.

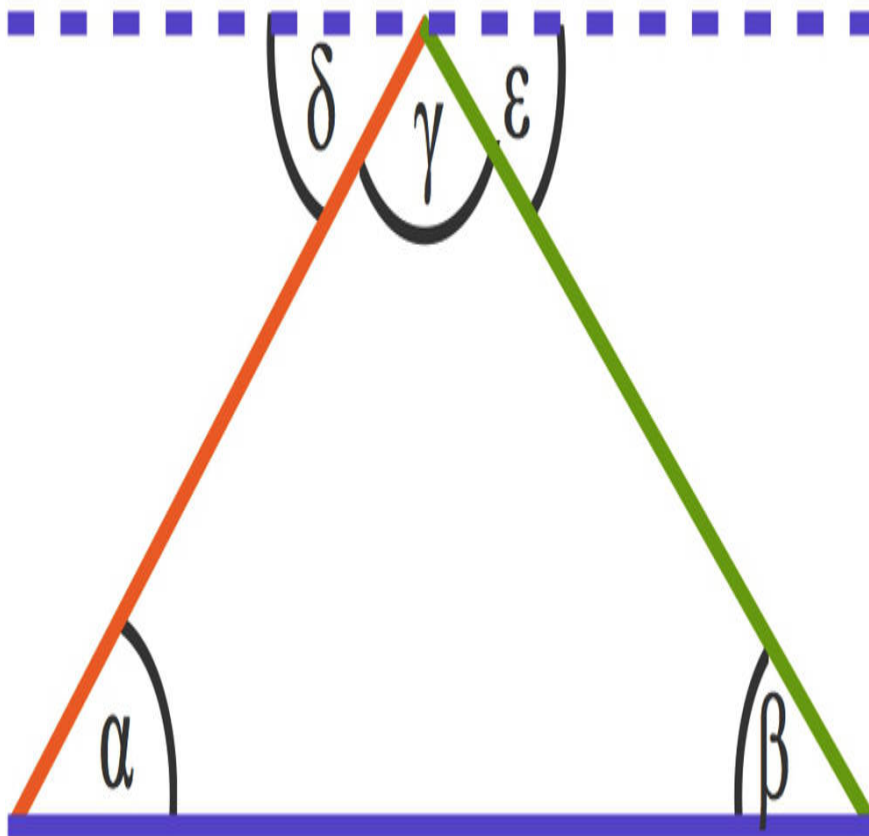
Der Winkelsummensatz

In jedem beliebigen Dreieck gilt der **Winkelsummensatz**:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Begründung des Winkelsummensatzes

Wir betrachten noch einmal das obige Dreieck. Zur besseren Lesbarkeit sind nur noch die Winkel beschriftet. Du erkennst in dem Bild eine gestrichelte Linie parallel zu der blauen Seite. So erhältst du zwei Winkel δ und ϵ



- Die drei Winkel δ , γ und ϵ ergänzen sich zu 180°
Einen solchen Winkel nennt man auch **gestreckter** Winkel.
- Die Winkel α und δ sowie β und ϵ sind **Wechselwinkel**. Da Wechselwinkel gleich groß sind, folgt damit $\alpha = \delta$ sowie $\beta = \epsilon$

Insgesamt kannst du daraus folgern, dass die **Summe der Innenwinkel in einem Dreieck**

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

ergibt.

Rechtwinkliges Dreieck

In einem **rechtwinkligen Dreieck** ist einer der drei Winkel ein rechter Winkel. Dieser hat den Wert 90°

Das bedeutet, dass die beiden anderen Winkel zusammen ebenfalls 90° ergeben müssen. Sei zum Beispiel $\gamma=90^\circ$, dann gilt $\alpha+\beta=90^\circ$

Die beiden Winkel sind somit **spitze Winkel**.

Gleichseitiges Dreieck

In einem **gleichseitigen Dreieck** sind alle drei Seiten gleich lang. Damit sind auch alle Winkel gleich groß. Das bedeutet, es gilt $\alpha=\beta=\gamma$

Daraus kannst du folgern, dass $3\alpha=180^\circ$ ist. Eine Division durch 3 auf beiden Seiten der Gleichung führt zu $\alpha=60^\circ$

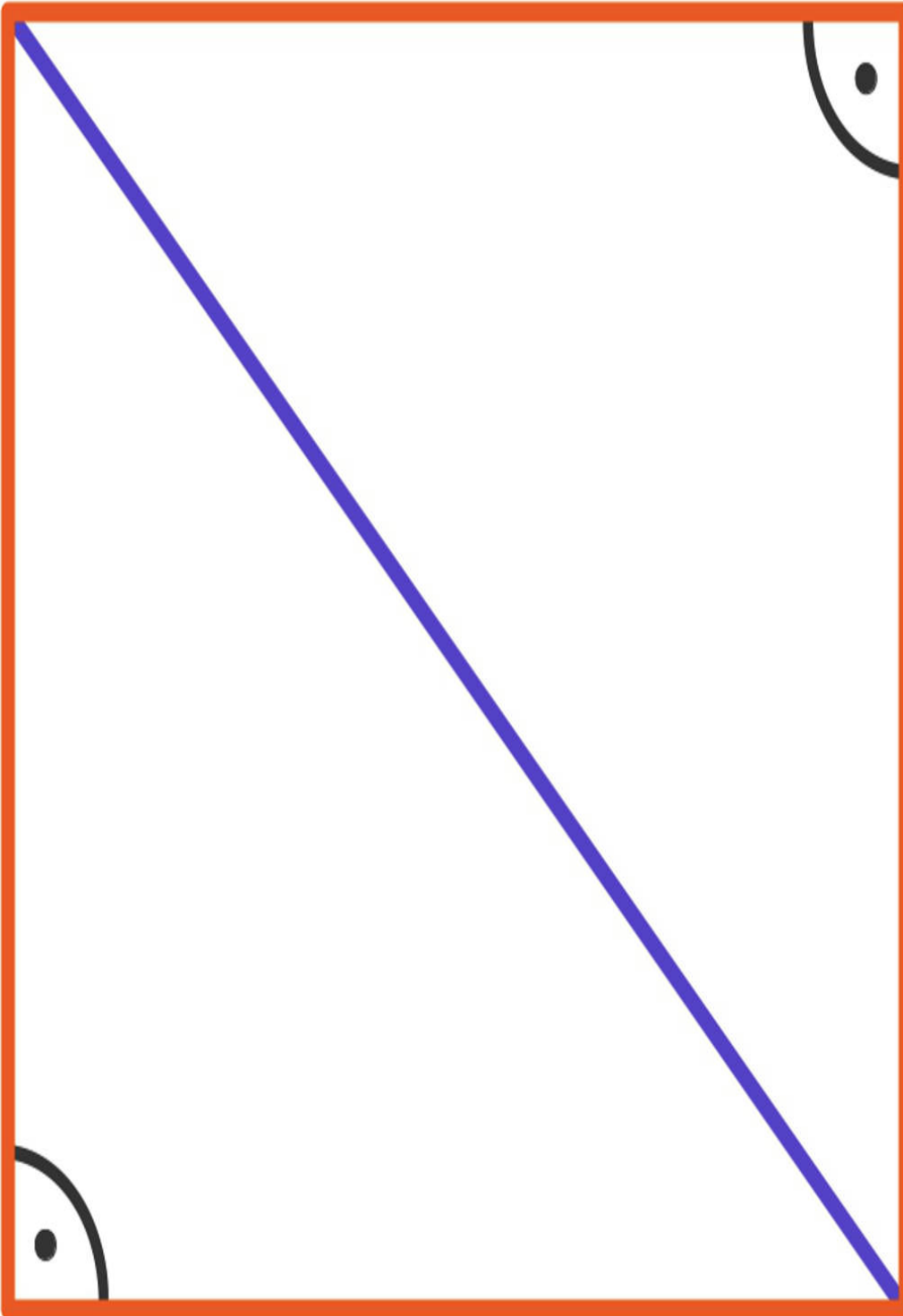
In einem **gleichseitigen Dreieck** betragen also alle drei Winkel 60°

Exkurs: Die Winkelsumme in Vielecken

Nun kannst du dich natürlich fragen, ob es auch Aussagen über die Winkelsummen von **Vielecken** mit mehr als drei Ecken gilt.

Die Winkelsumme von Vierecken

Dies schauen wir uns einmal am Beispiel eines Quadrates an.



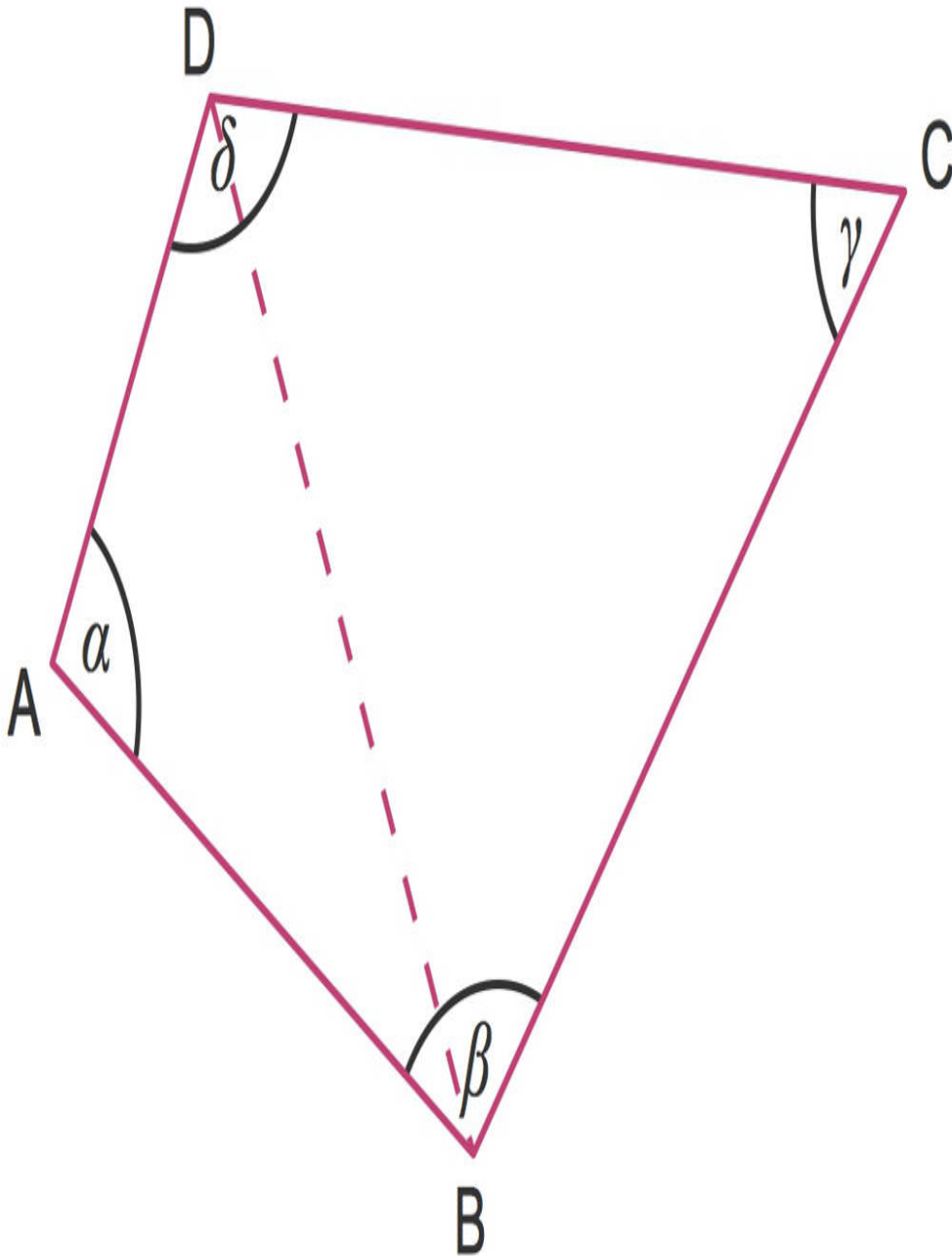
Die blaue Diagonale teilt das Quadrat in zwei **kongruente (deckungsgleiche)**, rechtwinklige Dreiecke. Für jedes dieser Dreiecke gilt der **Winkelsummensatz**. Das bedeutet, dass sich in beiden Dreiecken die drei Innenwinkel zu 180°

summieren. Da das Quadrat aus zwei Dreiecken „besteht“, gilt, dass sich die vier Innenwinkel in dem Quadrat zu $2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$

summieren.

Für jedes beliebige Viereck gilt:

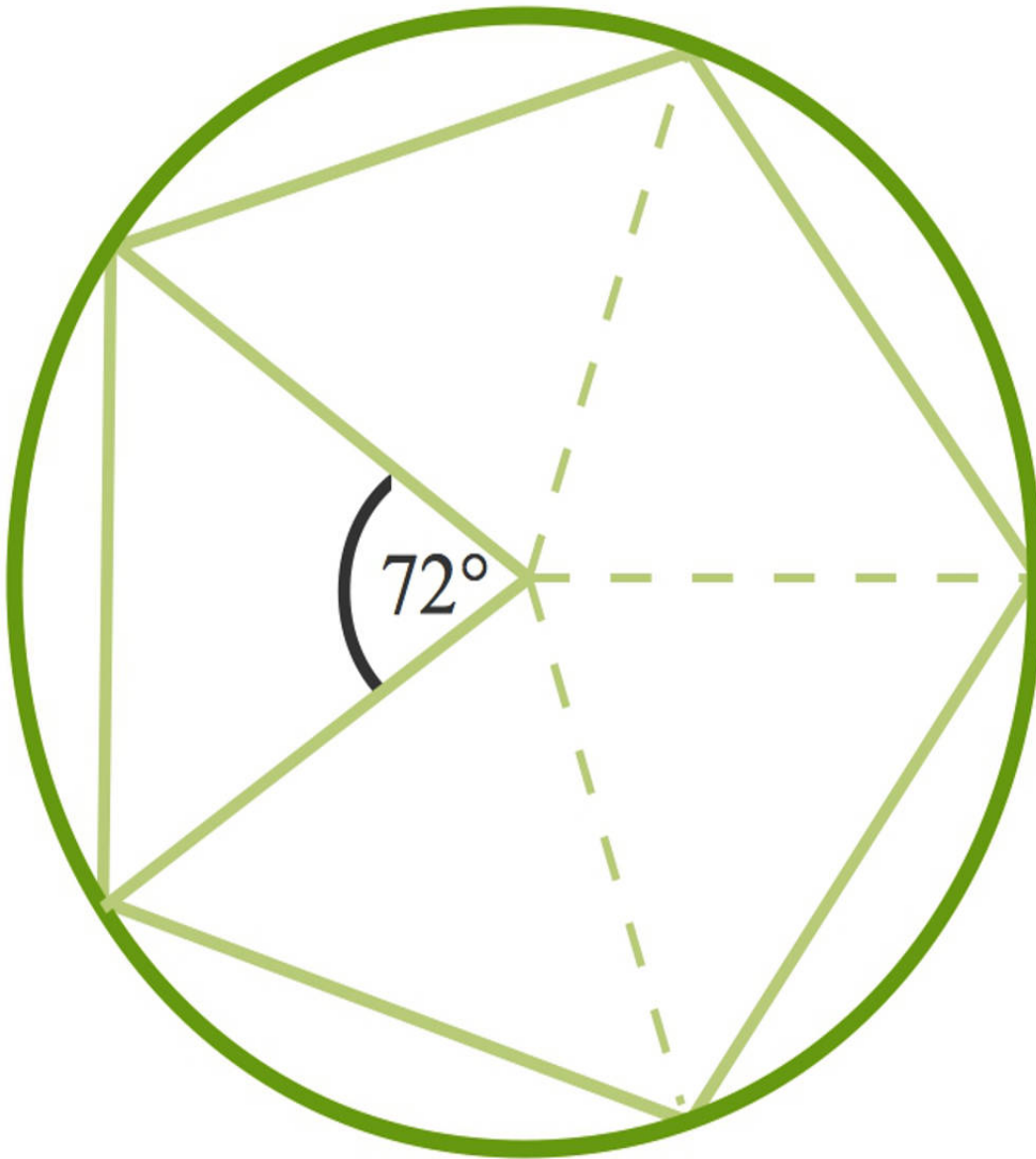
$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$



Die eingezeichnete Diagonale teilt das Viereck in zwei Dreiecke. So kannst du in jedem beliebigen Viereck die Summe der vier Innenwinkel bestimmen.

Die Winkelsumme eines Fünfecks

Hier siehst du ein in einen Kreis eingeschriebenes **regelmäßiges Fünfeck**.



Dieses Fünfeck kannst du in fünf **kongruente, gleichschenklige** Dreiecke unterteilen.


- Jedes dieser Dreiecke hat einen 72°

-Winkel. Auf diesen kommst du, wenn du den **Vollwinkel** (360°) durch 5 teilst.

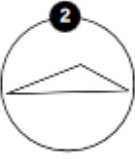
- Die gleich großen **Basiswinkel** betragen jeweils $180^\circ - 72^\circ \cdot 2 = 54^\circ$
- Nun kannst du zählen, wie viele dieser Winkel sich in dem Fünfeck befinden: Es sind 10. Somit beträgt die Summe der fünf Innenwinkel $10 \cdot 54^\circ = 540^\circ$. Auch dies gilt für jedes beliebige Fünfeck.

Bestimme, welches der Dreiecke spitzwinklig, stumpfwinklig oder rechtwinklig ist.

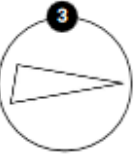
1



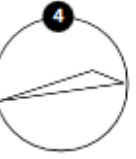
2




3



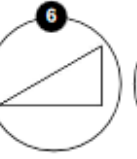
4



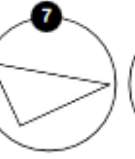
5




6




7



8



9



Rechteckiges Ausschneiden

A

rechtwinklig

B

spitzwinklig

C

stumpfwinklig

Wieso sind die Winkel in einem gleichseitigen Dreieck gleich 180° ?

