Gleichungen

Löst man eine Gleichung nach einer Unbekannten, z.B. x, auf, beantwortet man eine Frage.
Die Gleichung $x + 2 = 3$ beispielsweise fragt nach der Existenz einer Zahl, die um 2 vermehrt 3 ergibt. Die Antwort lautet selbstverständlich: Ja, diese Zahl gibt es, es ist die 1. D.h. diese Gleichung hat genau eine Lösung. Nur wenn wir für x die 1 einsetzen, ist die Geleichung wahr.
Gleichungen können auch keine Lösung besitzen: $x \cdot x = -1$, oder zwei: $x \cdot x = 4$ hat die Lösungen 2 und -2, oder drei: $x^3 - x = 0$ hat die Lösungen 0, 1 und -1, oder sogar unendlich viele: $x \cdot 0 = 0$.
Wie löst man nun eine Gleichung? Leider kann man diese Frage nicht allgemein beantworten. Fangen wir mit linearen Gleichungen an. Das sind Gleichungen in denen die Unbekannte x nicht potenziert, nicht exponiert wird, nicht in einer Winkelfunktion steckt, usw., kurz: friedliche Gleichungen.
Hier ein paar Beispiele, die auch zeigen, wie man den Lösungsweg notieren sollte:

1 $x - 2 = -5 \;\mid +2 \;\Rightarrow\; x - 2 + 2 = -5 + 2 \;\Rightarrow x = -3$; was auch immer wir mit einer Gleichung machen, wir müssen auf beiden Seiten das Gleiche tun.

2 $2x = 3 \;\mid :2 \;\Rightarrow\; \frac{2x}{2} = \frac{3}{2} \;\Rightarrow\; x = \frac{3}{2}$

3 $x - 1 = 3x \;\mid -x \;\Rightarrow\; -1 = 2x \mid :2 \;\Rightarrow\; -\frac{1}{2} = x$; steht das x auf beiden Seiten der Gleichung, muss man diese auf eine Seite bringen und zusammenfassen.

4 $\frac{3}{4}x - 2 = 2x + \frac{7}{3} \;\mid -\frac{3}{4}x;\; -\frac{7}{3} \;\Rightarrow\; -2 - \frac{7}{3} = 2x - \frac{3}{4}x \;\Rightarrow\; -\frac{13}{3} = \frac{5}{4}x \mid \cdot\frac{4}{5} \;\Rightarrow -\frac{52}{15} = x$

Rezept bei linearen Gleichungen: Die x'e auf eine Seite, die Zahlen ohne x auf die andere. Dazu wird nur addiert und subtrahiert. Dann auf beiden Seiten zusammenfassen. Dann durch die Zahl vor dem x teilen. Und nun Du.

Löse nach x auf. Notiere den Lösungsweg. Sei nicht faul.

a) $2 - x = 4$ **b)** $x - 3 = 2x$ **c)** $-4 - 4x = -3 + 2x$

d) $x - 3 + 2x = 5$ **e)** $\frac{3}{2}x \cdot \frac{3}{5} = 1$ **f)** $\frac{1}{2}x + 5 = \frac{2}{7}$

g) $(x - 3) \cdot 2 = 3$ **h)** $-x - 3 = 5x - 3$ **i)** $x + \frac{3}{5} = x$

j) $\frac{2}{9}(3x - 6) = x + 1$ **k)** $-x - x - 3x = 2x + 7$ **l)** $4 \cdot 7x = x - 2(x - 1)$

Bei Berechnungen im Dreieck steht die Unbekannte öfter im Nenner, z.B. $\sin(20) = \frac{5}{c}$.

Dann multipliziert man zunächst mit c, das ergibt $\sin(20) \cdot c = 5$ und teilt dann durch die Zahl $\sin(20)$.
Das liefert das Ergebnis: $c = \frac{5}{\sin(20)} \approx 14{,}62$. Gleichungen der Art $\sin(\alpha) = 0{,}2$ löst man durch Anwendung der Umkehrfunktion $\sin^{-1}$: $\sin^{-1}\sin(\alpha) = \alpha = \sin^{-1}(0{,}2) \approx 11{,}54$.