Exponentielle Funktionen

Bis jetzt kennen wir lineare Funktionen ($f(x) = m \cdot x + n$) und quadratische Funktionen ($f(x) = x^2 + p \cdot x + q$). Ein weiterer wichtiger Funktionstyp sind die exponentiellen Funktionen ($f(x) = a \cdot b^x$).

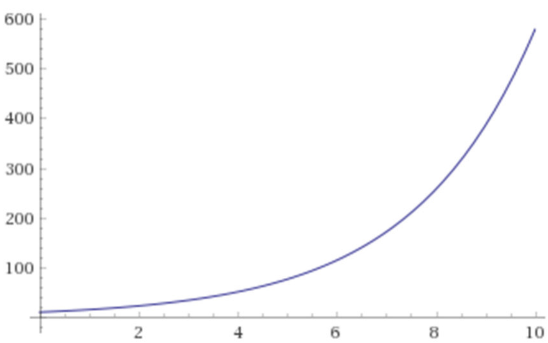
Aufbau einer exp. Fkt.: $f(x) = y = a \cdot b^x$
a: nennt man Startwert, er gibt den Schnittpunkt mit der y-Achse an
b: ist der Wachstumsfaktor, er gibt an ob die Funktion steigt oder sinkt
x: ist wie immer die Variable (oder auch Stelle genannt), die jeden möglichen Wert annehmen kann
y: ist der Wert (oder auch einfach das Ergebnis)

Zum Beispiel Zellen vermehren sich exponentiell. Man könnte bei einer bestimmten Zellart sagen, dass sich ihre Anzahl, unter guten Bedingungen, nach zehn Stunden verdreifacht. Geht man jetzt von einem Zellhaufen mit 2000 Zellen aus, so wären es nach zehn Stunden 6000 Zellen und nach weiteren zehn Stunden 18000 Stück. Das bedeutet, dass der Wachstumsfaktor hier 3 ist und der Startwert 2000. Daraus folgt nun die Exponentialfunktion: $\boldsymbol{f(x) = 2000 \cdot 3^x}$. Wobei x hier in 10er Tagen gerechnet werden muss.

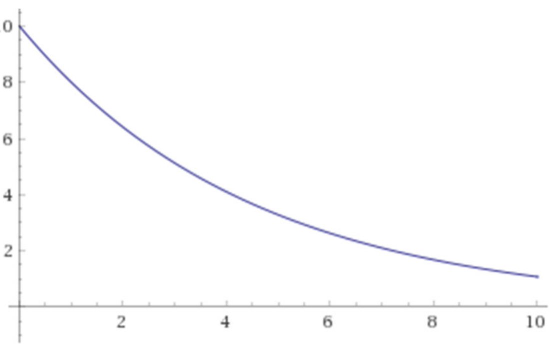
Ein weiteres Beispiel ist die Ausbreitung des Coronavirus. Der Tagesspiegel schrieb am 18.03.2020: „Verdopplung der Fälle alle drei Tage“. Was natürlich bedeutet, dass nach drei Tagen die doppelte Anzahl an Menschen erkrankt ist, wie noch drei Tage zuvor. Das heißt, heute sind es zum Beispiel 10.000 und in einem Monat (10 mal 3 Tage) 10.240.000. Die daraus folgende Exponentialfunktion lautet: $\boldsymbol{f(x) = 10.000 \cdot 2^x}$. Auch hier muss man bedenken, dass die Schrittweite von x in drei Tage Abständen gerechnet werden muss.

Die Formel zur Zinseszinsrechnung ist eine Exponentialfunktion: $K_n = K_0\left(1 + \frac{p}{100\,\%}\right)^n$, mit $a = K_0$ und $b = 1 + \frac{p}{100\,\%}$. Bsp.: Eine Bank gibt 2 % auf ein Grundkapital von $K_0 = 13\,000$ €, dieses Geld soll für $n = 30$ Jahre liegen bleiben. Die Funktion lautet nun: $f(x) = a \cdot b^x = 13\,000 \cdot \left(1 + \frac{2\,\%}{100\,\%}\right)^x = 13\,000 \cdot 1{,}02^x$ (x ist hier in Jahren angegeben). Wenn man den Betrag nach einer bestimmten Laufzeit berechnen soll, dann wird der Zeitpunkt für x eingesetzt: $f(30) = 13\,000 \cdot 1{,}02^{30} = 23\,547{,}70$ €.

Eine Exponentialfunktion ist steigend (wachsend) wenn b größer als 1 ist. Ist b hingegen kleiner als 1, aber größer als 0, dann fällt (sinkt) die Funktion.



steigende (wachsende) exp. Fkt.



fallende exp. Fkt.

Unterschied zu den linearen Funktionen

Bei linearen Funktionen wird von einem Schritt (in x-Richtung) zum nächsten etwas dazu addiert (plus) oder subtrahiert (minus). Dieses konstante abziehen oder dazu rechnen kommt vom Anstieg (multipliziert mit der Schrittweite von x). Bei Exponentialfunktionen wird hingegen immer die gleiche Zahl (bei gleicher Schrittweite) hinzu multipliziert (mal) oder dividiert (geteilt). In diesem Fall gibt uns der Wachstumsfaktor (potenziert mit der Schrittweite) diese Zahl.